

Tartu Ülikool  
Sotsiaal- ja haridusteaduskond  
Haridusteaduse instituut  
Klassiõpetaja õppekava

Ines Kerikmäe

TEISES KOOLIASTMES SAAVUTATUD MATEMAATIKAPÄDEVUS  
JA ÕPETAJATE ARVAMUSED PÄDEVUSE PARANDAMISE  
VÕIMALUSTEST

Magistritöö

Läbiv pealkiri: Matemaatikapädevus

Juhendaja: Anu Palu

KAITSMISELE LUBATUD

Juhendaja: Anu Palu (PhD)

.....  
(allkiri ja kuupäev)

Kaitsmiskomisjoni esimees: Evi Saluveer (MA)

.....  
(allkiri ja kuupäev)

Tartu 2012

Teises kooliastmes saavutatud matemaatikapädevus ja õpetajate arvamused pädevuse  
parandamise võimalustest

Resümee

Kehtiv Põhikooli riiklik õppekava seab matemaatikaõpetuses esiplaanile matemaatikast arusaamise, mitte faktide ja protseduuride tundmise. Tähtsal kohal on õpilaste matemaatikapädevuse kujundamine ja selle kaudu õpilaste loogilise ja loova mõtlemise arendamine. Uurimistöö eesmärgiks oli hinnata 7. klassi õpilaste matemaatikapädevust III kooliastme algul. Samuti uurida õpetajate arvamusi õpilaste matemaatikapädevuse arendamisel ning võrrelda keskmisest kõrgemate õpitulemustega õpilaste õpetajate ja keskmisest madalamate õpitulemustega õpilaste õpetajate vabavastuselisi hinnanguid õpilaste ülesannete lahendusoskuse kohta. Uurimistöös kasutati Haridus- ja Teadusministeeriumi projekti “Üldpädevused ja nende hindamine. 2011-2014. a” raames kogutud andmeid. Analüüsi 396 õpilase matemaatikapädevusi ja 25 matemaatikaõpetaja arvamusi õpilaste väärilahenduste kohta. Uurimistöös jõuti tulemuseni, et 7. klassi õpilased saavutavad üldiselt häid tulemusi lihtsamaid aritmeetkaülesandeid lahendades, kuid teevad vigu neis ülesannetes, mis eeldavad kõrgema taseme pädevuste rakendamist. Õpilaste vigade kaudu saab õpetaja reflekteerida oma õpetusviiside efektiivsust ja vajadusel neid korrigeerida.

*Märksõnad:* matemaatikapädevus, matemaatikateadmiste hindamine, õpetajate hinnang õpilaste väärilahendustele, õpetajate tegevuse planeerimine

Mathematical competence in second school degree and teacher's opinions on possibilities of achieving higher level in competence

Abstract

Current National curriculum of an elementary school prioritizes conceptual understanding of mathematics rather than being familiar with the facts and procedures. The relevance is given to the formation of pupil's mathematical competence and, on the basis of that, development of their logical and creative thinking. The research paper is aimed to assess mathematical competence of pupils of 7th grade in the beginning of IIIrd school degree. Another goal has been to research opinions of the teachers in the process of formation of pupil's mathematical competence and to compare assessments of teachers of the pupils with higher learning impact than average and teachers of the pupils with lower learning impact than average on the answers of the results of three mathematical exercises.

The author of research paper based her study on information collected in the framework of the project conducted by Estonian Ministry of Science and Education "Basic competences and their assessment 2011-2014". The research paper analyses mathematical competences of 396 pupils and 25 teachers of mathematics (on the wrong results in the process of conducting mathematical exercises). The research paper is concluded with the implication that students of the 7th grade are achieving good results in solving simple arithmetical exercises. However, they are making mistakes when higher level of mathematical competences are required. Teachers, taking account the nature of the pupil's mistakes, have a opportunity to reflect effectiveness of their methodology and make corrections if necessary.

*Keywords:* mathematical competence, teachers assessment of pupil's mistakes,

## Sisukord

Sissejuhatus.....	5
<i>Matemaatikapädevuse määratlemine.....</i>	6
<i>Õpilaste matemaatikateadmiste hindamine .....</i>	7
<i>Uuringute tulemused.....</i>	8
<i>Uurimistöö eesmärk ja uurimisküsimused.....</i>	10
Meetodika.....	10
<i>Valimi moodustamine .....</i>	10
<i>Mõõtevahendid .....</i>	11
<i>Andmetöötlus .....</i>	14
Tulemused.....	14
<i>Väärilahendused.....</i>	16
<i>Matemaatikaõpetajate arvamused õpilaste lahendustest .....</i>	18
<i>Matemaatikaõpetajate arvamuste erinevused vastavalt õpilaste tulemustele .....</i>	23
Arutelu.....	26
Tänu sõnad .....	30
Autorsuse kinnitus .....	30
Kasutatud kirjandus .....	31

## Sissejuhatus

Matemaatikaõpetusel on tänases maailmas tervikuna, sealhulgas Eestis täita oluline roll, sest teaduse ja IKT (info- ja kommunikatsiooni tehnoloogiavahendite) hüppeline areng on esitanud uued väljakutsed riikide haridussüsteemidele ja õppekavadele. Järjest enam on töövaldkondi, mis eeldavad matemaatika kasutamisoskust või kõrgemal tasemel matemaatilist mõtlemist.

2010/2011 aasta Eesti Inimarengu Aruande kohaselt peaks Eesti haridus olema tugevamalt seotud innovaatilise majanduse ja teadmusühiskonnaga, mis eeldab kõigilt ühiskonnaliikmetelt enam loovust, paindlikkust, kiiret reaktsiooni, õppimis- ja koostöövõimet (Heidmets, 2010/2011). Kaasaegsetes õppekavades ongi seetõttu eesmärgiks õpilaste matemaatikapädevuse kui üldpädevuse kujundamine.

Põhikooli riikliku õppekava matemaatika ainekavas on välja toodud kognitiivse valdkonna komponendid ehk pädevused. Eesti õpilaste matemaatikateadmisi kognitiivses valdkonnas on hinnatud rahvusvaheliste uuringute *Program for International Student Assessment* (edaspidi PISA) ja *Trends in International Mathematics and Science Study* (edaspidi TIMSS) raames. Nimetatud uuringud on keskendunud keskmise ja vanema kooliastme õpilaste matemaatikateadmiste arengu hindamisele. Eesti uuringute tulemused on osutunud küll OECD riikide keskmisest tulemusest paremaks, kuid edukamate riikidega võrreldes on kõrgemal saavutustasemetel olevate õpilaste osakaal Eestis suhteliselt madal. Samas on Eestis neid õpilasi, kes ei saavutagi madalaimat miinimumtaset, oluliselt vähem kui keskmiselt teistes OECD riikides. Seega tagavad meie õpetajad matemaatikateadmiste elementaarse taseme suurele hulgale õpilastest, kuid arendamata jäävad õpilased, kes suudaksid saavutada kõrgema taseme. PISA 2009 uuring näitas, et võrreldes 2006. aasta uuringuga on õpilaste jaotus saavutustasemetel lõikes nihkunud pigem madalamate tasemetes suunas (Lepmann, 2010b). Selleks, et tõuseks õpilaste osakaal kõrgematel saavutustasemetel, on vaja teadvustada probleemid meie matemaatikaõpetuses. Antud töö eesmärgiks on uurida, millisel tasemel on teises kooliastmes saavutatud matemaatikapädevus ja teada saada, kas õpetajad teadvustavad matemaatikaõpetuse probleeme, ning kas nad oskavad leida probleemidele lahendusi.

### *Matemaatika pädevuse määratlemine*

Matemaatika pädevus (*ingl. k mathematical competence*) on kompleksne mõiste. Kõige üldisemas tähenduses on see seotud hoiakute kogumiga, mis aitab erinevates olukordades matemaatilisi probleeme ära tunda ja sõnastada. Samas võimaldab matemaatika pädevuse kontseptsioon kirjeldada matemaatika õppimist ja õpetamist (Morgensen, 2008).

Eesti põhikooli riiklikus õppekavas liigendatakse matemaatika pädevus üldpädevuseks ja ainepädevuseks. Üldpädevused on esitatud õppekava üldosas ja nende all mõistetakse aine- ja valdkonnaüleseid pädevusi ning teadmiste, oskuste ja hoiakute kogumit, mis tagavad õpilasele suutlikkuse teatud tegevusalal või -valdkonnas tulemuslikult toimida. Matemaatika üldpädevus on õppekava kohaselt *suutlikkus kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid ning meetodeid erinevaid ülesandeid lahendades kõigis elu- ja tegevusvaldkondades* (Vabariigi Valitsus, 2011b).

Põhikooli riikliku õppekava matemaatika ainekavas täpsustatakse õppekava üldosa teksti ja esitatakse matemaatika pädevus ainepädevusena. Selle kohaselt mõistetakse matemaatika pädevust kui 1) matemaatiliste mõistete ja seoste tundmist; 2) üldist probleemi lahendamise oskust, mis sisaldab oskust probleeme püstitada, sobivaid lahendusstrateegiaid leida ja neid rakendada, lahendusideed analüüsida ning tulemuse tõesust kontrollida; 3) loogilise arutlemise, põhjendamise ja tõestamise ning erinevate esitusviiside (sümbolite, valemite, graafikute, tabelite, diagrammide) mõistmise ja kasutamise oskust. Lisaks hõlmab matemaatika pädevus huvi matemaatika vastu, matemaatika sotsiaalse, kultuurilise ja personaalse tähenduse mõistmist (Vabariigi Valitsus, 2011a).

Sarnaselt Eesti põhikooli riiklikule õppekavale liigendatakse ka mitme teise riigi õppekavades matemaatika pädevust üld- ja ainepädevuseks. Võrdluseks võib tuua Taani (Niss, 2002), Ameerika Ühendriikide (National Council of Teachers ... , 2000) ja Saksamaa haridusstandardites (Bildungsstandards im Fach Mathematik..., 2003) sätestatu. Näiteks Ameerika Ühendriikide teadusuuringutel põhinevate haridusstandardite kohaselt liigendatakse ainealaseid pädevusi sisu pädevusteks ja üldpädevusi protsessi pädevusteks (Graf, 2009). Saksamaa haridusstandardites nimetatakse üldpädevusi matemaatika üldtunnetuslikeks pädevusteks.

Rahvusvahelistes uuringutes PISA ja TIMSS liigendatakse matemaatiline pädevus samuti sisu ja protsessi pädevuseks. PISA uuringus on aga matemaatiline pädevus määratletud mõiste matemaatiline kirjaoskus (*ingl. k mathematical literacy*) kaudu. Matemaatiline kirjaoskus PISA kohaselt on õpilase võime erinevates ettetulevates elulistest situatsioonides, kus rakenduvad matemaatika teadmised ja oskused probleeme näha, neid püstitada,

lahendada, analüüsida, saadud tulemusi interpreteerida, loogilisi mõttekäike läbi viia ja neid ka oma kaaslastele vahendada (OECD, 2009). Traditsioonilisest koolimatemaatikast erineb PISA matemaatilise kirjaoskuse mõiste just selle poolest, et ülesannete sisu on oluliselt kontekstiga seotud. Seega peaks õpilane suutma matemaatikat näha, kasutada ja tõlgendada elus esinevates kontekstides (Tire, Puksand, Henno, & Lepmann, 2010).

Vaatamata mõningatele erinevustele nii Eesti kui eelpool nimetatud riikide õppekavades ja rahvusvahelistes uuringutes on matemaatika üldpädevuste sõnastamisel ja mõiste määratlemisel lähtutud Bloomi taksonoomiast, mille kohaselt jaotub tunnetustegevus kuueks põhikategooriaks: teadmine, mõistmine, rakendamine, analüüs, süntees ja hindamine (Bloom, Engelhart, Hill, & Krathwohl, 1956). Rahvusvahelistes uuringutes PISA ja TIMSS on ülesannete koostamisel lähtutud samast kognitiivse valdkonna jaotusest, kuid ülesannete analüüsi lihtsustamiseks on neis uuringutes mõned kognitiivsed tasemed koondatud ühte valdkonda.

Aluseks võttes nii Bloomi taksonoomias kui ka rahvusvahelistes uuringutes kasutatud tunnetustegevuse valdkonna jaotused, võime ka Eesti põhikooli riiklikus õppekavas määratletud matemaatika pädevuse kirjelduses eristada viit komponenti: 1) probleemi lahendamine, 2) põhjendamine ja tõestamine, 3) kommunikatsioon, 4) seoste loomine, 5) representatsioon ehk esitamine (Lepmann, 2010a). Probleemide lahendamine tähendab oskust probleeme püstitada, sobivaid lahendusstrateegiaid leida, neid rakendada nii matemaatikas kui ka teistes õppeainetes ja eluvaldkondades, lahendusteid analüüsida, tulemuse tõesust hinnata. Põhjendamine ja tõestamine sisaldab endas üldistamise, loogilise arutlemise ja väidete tõestamise oskust. Kommunikatsioon tähendab oskust oma matemaatilist mõtet verbaalselt ja kirjalikult esitada (ka kaaslastele) ja vastupidi – saada aru kirjalikust või suulisest matemaatilisest teabest. Seoste loomine tähendab oskust ühendada oma matemaatikateadmisi tervikuks, samuti oskust seostada matemaatikat teiste ainete ja eluliste situatsioonidega. Representatsioon (esitamine) kätkeb oskust tõlgendada erinevatel viisidel esitatud infot, valida situatsiooni kirjeldamiseks sobivat esitusviisi, võrrelda ja hinnata erinevate esituste sobilikkust, minna tavakeelelt üle formaalsele sümbolite keelele ja vastupidi (Vabariigi Valitsus, 2011a).

### *Õpilaste matemaatikateadmiste hindamine*

Õpilaste matemaatikateadmisi võib hinnata nii õppekava sisuvaldkonnast kui ka tunnetustegevusest ehk kognitiivsest valdkonnast lähtuvalt. Sisuvaldkond määratleb

käsitlevad teemad, kognitiivne valdkond aga toimingud, mida õpilased peavad ülesandeid lahendades valdama (Palu, 2010).

Riiklikul tasemel on Eesti õpilaste matemaatikateadmisi hinnatud tasemetööde ja eksamite raames, kuid seejuures on keskendunud peamiselt sisuvaldkonnateadmiste hindamisele. Kognitiivsest valdkonnast lähtuvalt on hinnatud Eesti õpilaste matemaatikateadmisi rahvusvaheliste uuringute (PISA, TIMSS) käigus.

Psühholoogilised uuringud on näidanud, et inimesel, kellel on nõrgad kognitiivsed võimed, võivad olla head matemaatikaoskused ja vastupidi: hea mälu ja tähelepanuvõimega inimesel võib tekkida matemaatikas probleeme. Üldiselt on siiski matemaatika õpitulemused seotud inimese kognitiivsete ehk tunnetuslike võimetega (Dowker, 2005). Seetõttu püüdleval kogu maailmas nii matemaatikaõppe kavandajad kui ka praktikud selle poole, et õpilaste tulemused kajastaksid ka kognitiivse valdkonna toiminguid ja pädevusi.

Kehtiva riikliku põhikooli õppekava järgi tuleb hinnata matemaatikateadmisi õpilase tunnetustegevust arvestades. See tähendab, et hindamise aluseks on matemaatika-pädevuse komponendid, mis on koondatud kolme tunnetustegevuse gruppi: 1) faktide, protseduuride ja mõistete teadmine; 2) teadmiste rakendamine; 3) arutlemine. Selline kognitiivse valdkonna jaotus on ka TIMSS 2007 ja 2009 testides (Mullis et al., 2001, Mullis, Martin, & Foy, 2005). Faktide teadmise all mõistetakse info meenutamist, äratundmist, leidmisoskust, arvutamist, mõõtmist ja järjestamist. Teadmiste rakendamist mõistetakse kui meetodite valimist ja igapäevaste ülesannete lahendamist. Arutlemine tähendab oskust põhjendada, analüüsida, üldistada, saadud tulemusi hinnata ning lahendada mitteigapäevaseid ülesandeid. Sama hindamispõhimõtet rakendatakse põhikooli kõigis õppeastmetes (Vabariigi Valitsus, 2011a).

PISA-uuringus rakenduvad ülesannete lahendamisel samuti kolm tunnetustegevuse taset: 1) reproduktsiooni tase (so faktide ja rutiinsete protseduuride taasesitamine); 2) seostamise tase (so erinevate matemaatiliste ideede ja faktide seoste kasutamine lihtsamate probleemide lahendamisel); 3) refleksiooni ja arutlemise tase (so kõrgeim tase, kus rakendub avaram ja loomingulisem matemaatiline mõtlemine koos matemaatilise argumenteerimisega) (OECD, 2009). Seega on Põhikooli riikliku õppekava ainekavade arenduses ja õpilaste matemaatika-pädevuste hindamisel tuginetud suuresti rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS ja PISA tulemustele.

### *Uuringute tulemused*

Uue riikliku põhikooli õppekava põhimõtteid ei ole hetkel rakendatud veel kõigis klassides, seega puuduvad riiklike tasemetööde ja eksamite tulemused õpilaste hindamisest



kognitiivse valdkonna järgi. Küll aga on Eestis uuritud algklassiõpilaste matemaatikateadmisi kognitiivsest valdkonnast lähtuvalt (nt: Leopard, Kiuru, & Palu, 2011). Uuringutest on selgunud, et Eesti 1. – 3. klassi õpilastel on küll head fakti- ja protseduurilised teadmised, kuid puudu jääb arutlusoskusest ja oskusest oma teadmisi rakendada (Palu, 2010; Tammiksaare, 2010; Svjatskaja, 2011). Esimeses kooliastmes tegeldakse pigem faktide ja algoritmide õppimisega (Afanasjev & Palu, 2005).

Aastatel 2002 – 2005 uuriti rahvusvahelise projekti IPMA (*International Project on Mathematical Attainment*) raames õpilaste matemaatikaalast edenemist 1. klassi algusest kuni 3. klassi lõpuni. Uurimistöö tulemused näitasid, et õpilastele valmistasid enam raskusi ülesanded, mille lahendamisel oli vaja kasutada nii mõistete rakendamist kui ka arutlemist (Palu & Kikas, 2007). Veel näitas uuring, et matemaatika tulemused olid 3. klassi lõpus paremad neil õpilastel, kelle areng oli kiirem ja see omakorda oli seotud matemaatikaalaste eelteadmistega (Palu, 2010).

PISA ja TIMSS uuringutes osalevad III kooliastme õpilased. PISA 2006 ja 2009 võrdluses on Eesti õpilaste matemaatikatulemused langenud (vastavalt 515 ja 512, kõrgeim tase oli üle 669,3 punkti). Suurenenud on madalale saavutustasemele jõudnud õpilaste osakaal ja kahanenud kõrgemale saavutustasemele jõudnud õpilaste osakaal (Puksand, Lepmann, & Henno, 2010). TIMSS 2003 võrdlusuuringus olid Eesti õpilased matemaatikas riikide järjestuses 8. kohal (531 punktiga 800 punktist) (Mullis, Martin, Gonzalez, & Chrostowski, 2004).

Rahvusvahelised uuringutulemused on näidanud, et mida kõrgem oli õpilaselt oodatav tunnetuspädevus, seda väiksem oli ülesandeid õigesti lahendanute arv. Enim valmistas meie õpilastele raskusi teksti lugemine, loetu mõistmine ning tekstis sisalduva probleemi tõlkimine matemaatika keelde ja selle lahendamine (Lepmann, 2010b).

Kehtiv põhikooli riiklik õppekava seab matemaatikaõpetuses esiplaanile matemaatikast arusaamise, mitte faktide ja protseduuride tundmise. Tähtsal kohal on õpilaste matemaatika pädevuse kujundamine ja selle kaudu õpilaste loogilise ja loova mõtlemise arendamine. Senised uurimused aga näitavad vastupidist: matemaatikaõpetuses on jätkuvalt esikohal faktide, protseduuride ja mõistete teadmine. Ei ole teada, kuivõrd on Eesti koolide matemaatikaõpetajad valmis õpetusviise muutma. Uus õppekava on loonud tingimused, et korvata seni tekkinud puudujäägid matemaatilises arusaamises.

*Uurimistöö eesmärk ja uurimisküsimused*

Võrreldes 2006. a rahvusvahelise uuringu PISA tulemusi 2009. a uuringuga, on õpilaste jaotuvus saavutustasemetel lõikes nihkunud pigem madalamate tasemetel suunas (Lepmann, 2010b). Õpilaste osakaalu suurendamiseks kõrgematel saavutustasemetel on ennekõike vaja teadvustada probleeme meie matemaatikaõpetuses.

Uurimistöö eesmärk oli vaadelda Eesti õpilaste matemaatikapädevust III kooliastme algul. Samuti uurida õpetajate arvamusi õpilaste matemaatikapädevuse parandamisel ning võrrelda keskmisest kõrgemate õpitulemustega õpilaste õpetajate ja keskmisest madalamate õpitulemustega õpilaste õpetajate vabavastuselisi hinnanguid õpilaste kolme ülesande lahendatuse kohta.

Eesmärgi saavutamiseks püstitati järgmised uurimisküsimused:

1. Millised on 7. klassi õpilaste matemaatikateadmised I ja II kooliastmes läbitu kohta ja kas need on klassiti erinevad?
2. Millised on õpilaste matemaatikateadmised pädevuste eriliikides kolme ülesande põhjal? Millist pädevuskomponenti on kõige vähem omandatud?
3. Milliseid väärlahendusi esineb vaadeldud ülesannetes?
4. Millised on õpetajate arvamused õpilaste väärlahendustest ja vigade vältimise võimalustest?
5. Millised erinevused on keskmisest kõrgemate tulemustega õpilaste õpetajate ja keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajate arvamustes?

## Meetodika

*Valimi moodustamine*

Uurimistöös kasutati Haridus- ja Teadusministeeriumi projekti “Üldpädevused ja nende hindamine. 2011-2014. a” raames kogutud andmeid, mille põhjal koostati kaks valimit: õpetajate ja õpilaste valim.

Õpetajate valimisse kuulus 25 matemaatika õpetajat 19st eesti õppekeeleaga koolist. Õpilaste valimi moodustasid 396 õpilast 27st klassist ja 19st eesti õppekeeleaga koolist. Neist 200 (50,5 %) olid tüdrukud ja 179 (45,2 %) poisid. 17 (4,3%) õpilase testis ei olnud sugu märgitud. Valimisse kuulunud õpilaste keskmine vanus oli 13,5 aastat (min 12 a, max 16 a).

Valimite moodustamiseks struktureeriti ümber projekti raames loodud andmebaasi andmed, mille valimiks oli 752 uurimuses osalenud 7. klassi õpilast ning 38

matemaatikaõpetajat nii eesti kui vene õppekeele Eesti koolidest. Igal õpilasel oli lisaks isiklikule koodile ka kooli kood ja klassi kood, mis näitas, mitu paralleelklassi koolis oli ja millises neist õpilane õppis. Igal õpetajal oli nii isiklik kood, aineõpetaja kood, kooli kood kui ka klassi kood, mis näitas, millises klassis õpetaja vastavas koolis õpetas. Andmeid võrreldes viidi uurimistöös kokku õpilane ja teda õpetav matemaatikaõpetaja. Olulisim tingimus valimite moodustamisel oli õpetajate vastused enamikele küsimustele, mis puudutasid õpilaste klassitesti kolme ülesande lahendusi ja vigade analüüsi. Uurimistöö autor otsustas valimist välja jätta kõik vene õppekeele koolide õpetajad, sest õpilaste vigu analüüsis neist vaid 4 ning samuti nende õpilased. Valimist jäid välja ka need õpetajad, keda ei olnud andbebaasis sisalduvate andmete põhjal võimalik õpilastega kokku viia (nt ühes koolis oli kolme paralleelklassi õpilastest moodustatud tasemerühmad, mida õpetasid sama kooli kolm erinevat matemaatikaõpetajat) või oli õpetajaga kokkuviidavad õpilasi vaid kaks. Kõiki tingimusi arvestades moodustasid uurimistöö valimid: 396 õpilast ja nende 25 matemaatikaõpetajat.

### *Mõõtevahendid*

*Matemaatikatest.* Õpilaste matemaatikapädevuse hindamise mõõtevahendiks oli 16st ülesandest koosnev klassitest, mille autoriks oli Anu Palu. Testi ülesanded hindasid õpilaste matemaatikapädevuse viit komponenti: probleemi lahendamist, põhjendamist, kommunikatsiooni, seoste loomist ja representatsiooni. Lahendusi hinnati dihhotoomselt: vale vastus või vastamata ülesanne andis 0 punkti, õige vastus 1 punkti. Testi reliaabluse leidmiseks arvutati Cronbach'i alfa, mis näitas, et test on usaldusväärne ( $\alpha = 0,86$ ).

Uurimistöös vaadeldi õpilaste matemaatikapädevust õpilaste klassitesti 16st ülesandest välja valitud kolme ülesandega, mis hindasid õpilaste oskusi ja pädevusi riiklikus õppekavas (Vabariigi Valitsus, 2011a) määratletud viiest matemaatikapädevuse komponendist lähtuvalt. Ülesannete valiku tingimuseks olid vabavastustena kogutud matemaatikaõpetajate arvamused ja analüüs nimetatud kolmes ülesandes tehtud õpilaste vigade ja õpetaja edasise õppetegevuse planeerimise kohta. Ülesanded olid erinevatest pädevuse liikidest ja õpilaste üldist lahendatuse protsenti silmas pidades kõrge, keskmise ja madala lahendatusega. Uurimistöös tähistati ülesanded A, B, C.

Ülesanne A kontrollis lihtsamaid fakti ja protseduuri rakendamisoskusi, ülesanne B kommunikatsioonioskust (sh teksti mõistmist), representatsiooni oskust (erinevate lahendusviiside kasutamist, neist arusaamist, erinevaid vormistamise ning info esitamise viise) ning põhjendamis- ja tõestamisoskust (sh tulemuste hindamisoskust) ja ülesanne C probleemist arusaamist, sobiva lahendusstrateegia valimist, probleemi lahendamise- ja

kommunikatsioonioskust ning tulemuste hindamisoskust. Ülesannete tekstid ja õiged vastused olid järgmised.

Ülesanne A: *Arvuta 1 tund 50 minutit + 50 minutit. Õigeks vastuseks loeti 2 tundi ja 40 minutit või 160 minutit.*

Ülesanne B: *Mardil oli poodi minnes 100 eurot. Ta kulutas sellest 35 eurot jalatsite ja 12 eurot särki ostmiseks. Milliste avaldistega saad arvutada järelejäänud rahasummat? Ringita vastav täht või tähed. Õigeks vastuseks loeti ringitatud vastusevariandid acef.*

$$a) 100 - 35 - 12 \quad b) 100 - 35 + 12 \quad c) 100 - (35 + 12)$$

$$d) 100 - (35 - 12) \quad e) (100 - 35) - 12 \quad f) 100 - 12 - 35$$

Ülesanne C: *Kahes kastis on kokku 54 kilogrammi õunu. Teises kastis on õunu 12 kilogrammi võrra rohkem kui esimeses kastis. Mitu kilogrammi õunu on kummaski kastis? Vormista lahenduskäik. Õigeks vastuseks loeti 21 kg ja 33 kg.*

*Õpetajate test.* Õpetajate arvamuste hindamise vabavastustega testi koostajaks oli Anu Palu. Matemaatikaõpetajatel paluti vastata vabavastusega küsimustele ning kirjeldada neid aspekte, mida õpetaja õpilaste vigade analüüsis kõige olulisemaks peab. Küsimused esitati õpilaste klassitesti kolme ülesande kohta, igaühe kohta omakorda kolm küsimust. Kokku vastas õpetaja uuringu selles osas üheksale küsimusele. Küsimused puudutasid ülesannete A, B ja C lahendusi.

Ülesande A kohta küsiti õpetajatelt järgmised küsimused: 1) *Õpilane sai vastuseks 2 tundi. Mis Te arvate, miks võis õpilane anda sellise vale vastuse?* 2) *Mida Te teete, kui Teie klassi õpilane annab samasuguse vastuse?* 3) *Mida saaks klassis õpetamisel üldiselt teha, et õpilased sellist viga ei teeks?*

Ülesande B kohta küsiti õpetajatelt järgmised küsimused: 1) *Õpilane valis vastusevariandiks ainult c. Mis Te arvate, miks võis õpilane anda sellise vale vastuse?;*

2) *Mida Te teete, kui Teie klassi õpilane annab samasuguse vastuse?;* 3) *Mida saaks klassis õpetamisel üldiselt teha, et õpilased sellist viga ei teeks?*

Ülesande C kohta küsiti õpetajalt järgmised küsimused: 1) *Õpilane sai õunte koguseks 15 kg ja 39 kg. Mis Te arvate, miks võis õpilane anda sellise vale vastuse?* 2) *Mida Te teete, kui Teie klassi õpilane annab samasuguse vastuse?* 3) *Mida saaks klassis õpetamisel üldiselt teha, et õpilased sellist viga ei teeks?*

25 matemaatikaõpetaja arvamused koondati 22 kategooriatesse ja interpreteeriti riiklikus õppekavas (Vabariigi Valitsus, 2011a) määratletud viiest matemaatikapädevuse komponendist lähtuvalt: 1) probleemi lahendamine, 2) põhjendamine ja tõestamine,

3) kommunikatsioon, 4) seoste loomine 5) representatsioon.

Õpetajate uurimuse vabavastustena kogutud arvamusi õpilaste lahenduste ja vigade kohta analüüsiti uurimistöö raames etapiviisiliselt. Kõigepealt määratleti kategooriad, koondati õpetajate vabavastused, loodi kategooriate süsteem ning seejärel õpetajate arvamused interpreteeriti vastavalt riiklikus õppekavas toodud matemaatikapädevustele. Kodeerimisprotsess oli ühtlustatud uurimistöö autori ja juhendaja poolt. Sellisel viisil saadi järgmised kategooriad.

- K1. Õpilase faktide ja rutiinsete protseduuride tase (reproduktiooni tase) on ebapiisav.
- K2. Õpetaja demonstreerib faktide ja protseduuride taasesitamist.
- K3. Õpetaja harjutab faktide ja protseduuride taasesitamist.
- K4. Õpetaja toetab faktide ja protseduuride taseme paranemist näitlikul/ konkreetsel tasandil.
- K5. Õpilase kommunikatsioonioskused on ebapiisavad.
- K6. Õpetaja harjutab/toetab kommunikatsioonioskuse paranemist.
- K7. Õpilase probleemilahendamisoskus on ebapiisav: õpilane on harjunud, et ülesandel on vaid üks õige vastus.
- K8. Õpilase probleemilahendamisoskus on ebapiisav: õpilane lahendab probleemi toetudes ühele kindlale protseduurilisele teadmisele.
- K9. Õpilase probleemilahendamisoskus on ebapiisav: õpilane lahendab probleemi toetudes isiklikule kogemusele.
- K10. Õpetaja demonstreerib probleemi lahendamist erinevatel viisidel.
- K11. Õpetaja toetab analüüsi /arutluse teel probleemilahendamisoskuse paranemist.
- K12. Õpetaja harjutab probleemilahenduse erinevaid esitusviise/strateegiaid.
- K13. Õpilase põhjendamise ja tõestamise tase ebapiisav.
- K14. Õpetaja toetab analüüsi ja tulemuste kontrollimise abil põhjendamise ja tõestamise oskuse paranemist.
- K15. Õpetaja suunab õpilasi nägema ülesande erinevaid esitusviise/strateegiaid (joonised, skeemid).
- K16. Õpetaja harjutab probleemist arusaamist.
- K17. Õpetaja eelistab üht kindlat lahenduskäiku.
- K18. Õpetaja arvates ei näe vähemvõimekad matemaatilisi seoseid.
- K19. Õpetaja arendab üldoskusi.
- K20. Õpetaja ei teeks midagi.

- K21. Õpetaja ei oska hinnangut anda.
- K22. Õpetaja vastusest ei ole võimalik tähendust välja lugeda.
- K23. Õpilase lahendus sõltub tema vanuseklassist.
- K24. Õpilane kombineerib arvudega.

### *Andmetöötlus*

Uurimistöös töödeldi õpilaste andmed kvantitatiivsete andmeanalüüsimetoditega kasutades kirjeldava statistika näitajaid (aritmeetiline keskmine, standardhälve), dispersioonanalüüsi ANOVA. Statistiliselt oluliseks loeti tulemused usaldusnivool  $p < 0,05$ . Andmed töödeldi statistikaprogrammiga SPSS ning tabelarvutusprogrammiga MS Excel.

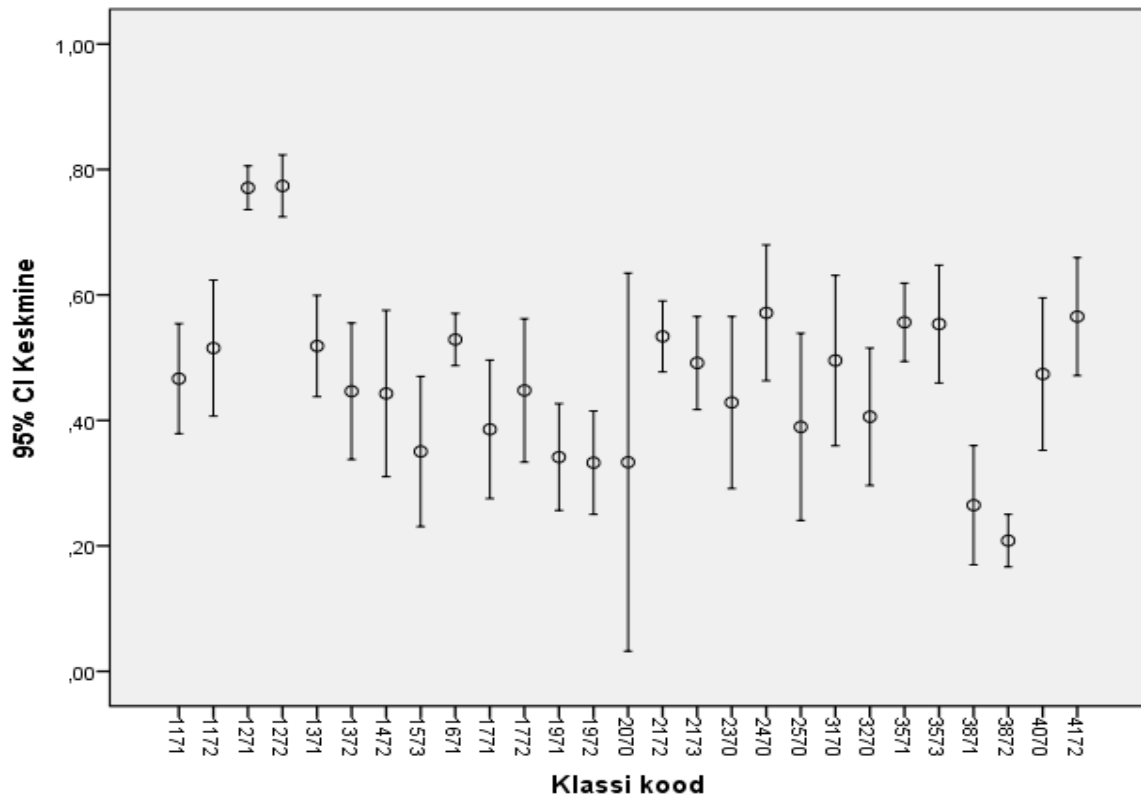
### Tulemused

#### *Matemaatikatesti üldised tulemused klasside võrdluses*

Esiteks taheti teada saada, millised on 7. klassi õpilaste matemaatikateadmised I ja II kooliastmes läbitu kohta ja kas need on klassiti erinevad.

Testi keskmine lahendatus oli 0,49 (SD = 0,21; min 0,03; max 0,93). Keskliste tulemuste võrdlemiseks tehti dispersioonanalüüs ANOVA, mis näitas, et klasside keskmised on statistiliselt oluliselt erinevad,  $F(26, 396) = 10,60$ ,  $p < 0,01$ .

Testi tulemusi klasside lõikes võrreldes selgub, et kahe klassi tulemused on teistest oluliselt kõrgemad (joonis1). Klassi 1271 keskmine oli 0,77 (SD = 0,12) ja klassi 1272 keskmine oli 0,77 (SD = 0,08). Üldise keskmisega võrreldes olid kahe klassi tulemused aga teistest oluliselt madalamad: 3872 klassi keskmine oli 0,26 (SD = 0,15) ja 3872 klassi keskmine oli 0,21 (SD = 0,07).



Joonis 1. Testi ülesannete keskmiste tulemuste 95% usaldusvahemikud.

### Pädevuskomponentide omandamine kolme ülesande põhjal

Teisena taheti teada saada, millised on õpilaste matemaatikateadmised kognitiivse valdkonna eriliikides ning millist pädevuskomponenti on kõige vähem omandatud.

Kolme ülesande keskmist lahendatust kirjeldab tabel 1. Ülesande A üldine lahendatuse protsent oli vaadeldud ülesannete korral kõige kõrgem: 76%. Ülesannet B lahendas õigesti 41% õpilasest ja kõige madalam oli ülesande C üldine lahendatus, vaid 24%.

Tabel 1. Kolme ülesande keskmine lahendatus

	Min	Max	M	SD
Ülesanne A	0	1	0,76	0,431
Ülesanne B	0	1	0,41	0,493
Ülesanne C	0	1	0,24	0,426

Üldiselt lahendasid õpilased kõige paremini madalama taseme pädevusi eeldanud lihtsamat arvutamises ülesannet ja halvasti neid ülesandeid, mis nõudsid kõrgema taseme pädevuste rakendamist.

*Väärilahendused*

Kolmas uurimisküsimus oli, milliseid väärilahendusi esines vaadeldud ülesannetes.

Ülesandes A tuli arvutada tehe 1 tund 50 minutit + 50 minutit. Kokku anti ülesandele 13 erinevat vale vastuse varianti. Enamlevinud valed vastused on esitatud tabelis 2. 13,1% õpilastest kirjutas ülesande vastuseks 2 tundi. See oli ka kõige sagedamini esinenud väärilahendus, mida pakuti 27st uuritud klassist kokku 22s klassis (81%). 2,7% vastanutest märkis ülesande lahenduseks 1 tund, see oli 10 (37%) klassi õpilased, 1,3% õpilastest 5st klassist andis vastuseks 2,4 tundi.

Tabel 2. Ülesande A enamlevinud valed vastused

<i>Vastus</i>	<i>Vea kirjeldus</i>	<i>Õpilaste arv</i>	<i>Õpilaste arv %</i>
2 tundi, 40 minutit/ 160 minutit	Ülesanne lahendati korrektselt	299	76%
Vastus puudub	Ülesannet ei lahendatud	5	1,3%
2 tundi	Õpilane teisendab ajaühikuid kümnendsüsteemis	52	13,1%
1 tund		11	2,7%
2,4 tundi	Õpilane eeldab, et 2,4 tundi on seesama, mis 2 tundi ja 40 minutit.	5	1,3%
Muud vastused	13 erinevat vastuse varianti	24	6,0%

Markantsete näidetena võiks välja tuua ülesande A vastustest *24 tundi* ning *12 tundi 4 minutit*. Vaid ühes klassis lahendasid kõik 24 õpilast ülesande veatult ehk 100%-liselt. Kõige madalamate tulemustega klassis oli 16 õpilase ülesande keskmine lahendatus 38%.

Ülesandes B tuli valida etteantud kuue avaldise seast need, millega saab arvutada poes järelejäävat rahasummat. Lahendus tuli valida järgnevate avaldiste seast:

- a)  $100 - 35 - 12$*       *b)  $100 - 35 + 12$*       *c)  $100 - (35 + 12)$*   
*d)  $100 - (35 - 12)$*       *e)  $(100 - 35) - 12$*       *f)  $100 - 12 - 35$*

Õigeiks vastuseks loeti ringitatud vastusevariandid acef. Kuigi kokku esitasid õpilased ülesandes 36 erinevat vastuste kombinatsiooni, joonistus välja oluline tüüpiline viga.

Kõige enam, see on 12,4% kõikidest õpilastest leidis, et ülesande lahendiks on vaid üks avaldis, neist 7,3% õpilastest andis vastuseks c ja 2,7% õpilastest a (tabel 3).



Ühes klassis lahendasid kõik 24 õpilast ülesande veatult ehk 100%-liselt. Kõige madalamate tulemustega ülesandes oli kolm klassi, kus kõigis oli keskmine lahendatus 0% ja neis kokku andsid valesid vastuseid 29 õpilast, vastavalt 6, 11 ja 12 õpilast. 52% neist õpilastest leidis, et ülesande lahendiks oli vaid üks avaldis.

Tabel 3. Ülesande B enamlevinud valed vastused

<i>Vastus</i>	<i>Vea kirjeldus</i>	<i>Õpilaste arv</i>	<i>Õpilaste arv %</i>
acef	Ülesanne lahendati korrektselt	164	41%
Vastus puudub	Ülesannet ei lahendatud	1	0,25%
c	Kõige matemaatilisem lahendus	30	7,5%
acdef	Õpilane ei arvesta, et sulgudes lahendatakse kõigepealt	22	5,5%
adef	Sulgude kasutamise tähendus ei ole selge	18	4,5%
ace	Sulgude kasutamise tähendus ei ole selge	17	4,3%
acf	Sulgude kasutamise tähendus ei ole selge	16	4,0%
a	Kõige lihtsam lahendus	11	2,7%
Muud vastused	36 erinevat vastuste kombinatsiooni	117	29,5%

Ülesanne C oli tekstülesanne, milles tuli jagada 54 kg õunu kahte kasti nii, et ühes kastis oleks 12 kg võrra rohkem õunu. Õigeks vastuseks loeti 21 kg ja 33 kg.

Kokku anti selles ülesandes 53 erinevat vastuste kombinatsiooni. Kõige kõrgema keskmise tulemustega 63% said vaid ühe klassi 24 õpilast. Kõige madalamate tulemustega ülesandes oli kolm klassi, kus kõigis oli keskmine lahendatus 0% ja neis kokku andsid valesid vastuseid 38 õpilast, vastavalt 10, 16 ja 12 õpilast. Valdavalt andsid õpilased neis klassides ainulaadseid vastuseid, sealhulgas 684 ja 137 kg, 108 ja 66 kg ning 120 ja 40 kg. 13,1% neist andis vastuseks 42 ja 12 kg ning 10,5% andis vastuseks 39 ja 15 kg (tabel 4). Selle ülesande jättis lahendamata arvestatav hulk õpilasi: 13,8 % (55 õpilast).

Tabel 4. Ülesande C enamlevinud valed vastused

<i>Vastus</i>	<i>Vea kirjeldus</i>	<i>Õpilaste arv</i>	<i>Õpilaste arv %</i>
33 kg ja 21 kg	Ülesanne lahendati korrektselt	95	24%
Vastus puudub	Ülesannet ei lahendatud	55	13,8%
42 ja 12 kg	1. kast: $54 - 12 = 42$ kg 2. kast: ei arvuta, jääb 12 kg	91	23%
39 ja 27 kg	1. kast: $54 : 2 = 27$ kg 2. kast: $27 + 12 = 39$ kg	42	10,6%
39 ja 15 kg	1. kast: $(54 : 2) - 12 = 15$ kg 2. kast: $(54 : 2) + 12 = 39$ kg	30	7,6%
66 ja 54 kg	Keskendus võtmesõnale “rohkem” 1. kast: ei arvuta, jääb 54 kg 2. kast: $54 + 12 = 66$ kg	15	3,8%
Muud vastused	53 erinevat vastuste varianti	68	17,1%

#### *Matemaatikaõpetajate arvamused õpilaste lahendustest*

Neljandaks taheti teada saada, millised on õpetajate arvamused õpilaste väärilahendustest ja vigade vältimise võimalustest. Selleks analüüsiti õpetajate vabavastuseid ja interpreteeriti neid vastavalt riiklikus õppekavas kirjeldatud matemaatikapädevustele.

Ülesande A kohta esitati järgmised küsimused: 1) *Õpilane sai vastuseks 2 tundi. Mis Te arvate, miks võis õpilane anda sellise vale vastuse?* 2) *Mida Te teete, kui Teie klassi õpilane annab samasuguse vastuse?* 3) *Mida saaks klassis õpetamisel üldiselt teha, et õpilased sellist viga ei teeks?*

Esimesele küsimusele vastas 25 õpetajat, neist 21 õpetajat leidis, et õpilane lähtus ajaühikute teisendamisel kümnendsüsteemist: “*Ta mõitles kümnendsüsteemis, arvestades, et 1 tund on 100 minutit*”; “*Arvas, et tunnis on 100 minutit*”; “*Õpilane arvutab kümnendsüsteemis*”; “*Õpilane lähtub kümnendsüsteemi põhimõtetest. Teab, et  $100\text{cm} = 1\text{m}$ , teeb järelduse:  $100\text{min} = 1\text{h}$* ”. Kolm õpetajat leidis, et õpilane ei süvenenud ülesande sisusse: “*Õpilane ei süvenenud ühikutesse*”; “*Mõtlemapatus*”. Ühe õpetaja arvamusel korral ei olnud võimalik sellest tähendust välja lugeda.

Õpetajate arvamusi interpreteerides, leidis uurimistöö autor, et õpetajate hinnangud õpilaste lahendustele olid seotud kahe kognitiivse valdkonna pädevusega. Hinnangud olid järgmised: 1) õpilaste faktide ja rutiinsete protseduuride tase oli ebapiisav (21 õpetajat); 2) õpilaste kommunikatsioonioskused olid ebapiisavad (3 õpetajat).

Teisele küsimusele vastas 25 õpetajat ning nende vastustes eristus kolm õpetajate arvamuste gruppi. Suurem grupp, 16 õpetajat leidsid, et õpetaja peaks veelkord ajaühikute teisendamist selgitama, näiteks: *“Selgitan veel ja annan eeskirja, mille järgi arvutada õigesti”*; *“Räägin jälle mõõtühikute kümnendsüsteemist ja ühikutest, mis sinna ei kuulu”*; *“Selgitan kümnendsüsteemi ja 60-süsteemi erinevust”*. Kuus õpetajat leidis, et ajaühikute teisendamist peaks harjutama: *“Täpsustame, mitu minutit on tunnis ja arvutame uuesti”*. Kolm õpetajat kasutaksid ajaühikute teisendamise selgitamisel kella abi: *“Vaatame uuesti üle seinal asuvat kella ja kordame tunni ja minuti vahelisi seoseid”*.

Õpetajate arvamusi interpreteerides selgus, et õpetajad toetavad õpilaste faktide ja protseduuride taseme paranemist kolmel viisil: 1) taasesitamist ise demonstreerides (16 õpetajat); 2) harjutades (6 õpetajat); 3) konkreetsetel tasandil õpetades (3 õpetajat).

Kolmandale küsimusele vastanud 23 õpetaja arvamused jagunesid nelja kategooria vahel. 15 õpetajat leidsid, et vea korrigeerimiseks tuleks ajaühikute teisendamist rohkem harjutada: *“Harjutada”*; *“Tundides sageli kasutada erinevaid ühikuid ja nende vahelisi seoseid – st teisendamist”*; *“Tihedamini korrata ühikute vahelisi seoseid”*; *“Rohkem rõhku panna ajaühikutega arvutamisele”*. Kolm õpetajat leidsid, et seda võiks teha näitlikustamise teel: *“Näidata kella, et see neil paremini meelde jääks”*; *“Rohkem harjutada kasutades jooniseid nt kella numbrilauda”*. Kolm õpetajat leidis, et vea vältimiseks tuleks õpilasi suunata teksti täpsemalt lugema: *“Tuleb pidevalt üle korrata vana tõde: loe hoolega kogu tekst läbi, loe veelkord”*. Kaks õpetajat leidis, nõrgemate võimetega õpilased jäävad paratamatult vigu tegema: *“Ega eriti ei saagi, sest kõik lapsed on erinevate võimete ja oskustega”*.

Õpetajate arvamusi interpreteerides võib öelda, et analoogsete vigade vältimiseks püüavad õpetajad: 1) rohkem harjutada faktide ja protseduuride taasesitamist (15 õpetajat); 2) harjutada kommunikatsioonioskusi (3 õpetajat); 3) õpetada rohkem konkreetsetel tasandil (3 õpetajat). Kaks õpetajat leidsid, et vähemvõimekad õpilased ei näegi matemaatilisi seoseid.

Ülesande B kohta küsiti õpetajatelt järgmised küsimused: 1) *Õpilane valis vastusevariandiks ainult C. Mis Te arvate, miks võis õpilane anda sellise vale vastuse?*; 2) *Mida Te teete, kui Teie klassi õpilane annab samasuguse vastuse?*; 3) *Mida saaks klassis õpetamisel üldiselt teha, et õpilased sellist viga ei teeks?*

Esimesele küsimusele vastanud 24 õpetaja arvamused jagunesid nelja kategooria vahel. Kümme õpetajat leidis, et õpilane esitas vastusena talle kõige tuttavama avaldise: *“Sellist avaldist on tundides sageli kasutatud”*; *“See võib olla tema jaoks sellise ülesande lahendamiseks ära õpitud algoritm ja ta ei vaevu enam teisi variante analüüsima”*. Seitse õpetajat arvas, et õpilase jaoks on igal ülesandel vaid üks vastus: *“Tavaliselt on igal ülesandel ainult üks õige vastus ja õpilane loobub edasi uurimast”*; *“Leidis ühe õige vastuse, rohkem ei otsinudki”*. Neli õpetajat arvas, et vea põhjuseks on ebapiisav funktsionaalne lugemisoskus: *“Ei lugenud ülesannet korralikult ja ei pannud tähele, et on võimalik ka mitu õiget vastust”*; *“Õpilased ei loe sageli ülesannet lõpuni, vaid esimese info korral hakkavad kohe lahendama ehk funktsionaalne lugemisoskus...”* Kaks õpetajat seostasid õpilase viga tema isikliku kogemusega: *“Ta oskas kindlasti seostada ülesannet oma ostukogemusega. See pole ju vale!”* Ühel juhul ei osanud õpetaja hinnagut anda.

Õpetajate arvamusi interpreteerides võib öelda, et õpetaja arvates on vigade põhjuseks: 1) õpilase ebapiisav probleemilahendamisoskus, sest õpilane toetub ühele kindlale protseduurilisele teadmisele (10 õpetajat); 2) õpilase ebapiisav probleemilahendamisoskus, sest õpilase arvates on igal ülesandel vaid üks vastus (7 õpetajat); 3) õpilase ebapiisav probleemilahendamisoskus, sest ta toetub vaid isiklikule kogemusele (2 õpetajat); 4) õpilase ebapiisavad kommunikatsioonioskused (4 õpetajat).

Teisele küsimusele vastates jagunesid 24 õpetaja arvamused nelja kategooriasse. Kümme õpetajat analüüsiks koos õpilastega ülesande veelkord: *“Eks siis tuleb analüüsida järgmisel korral korral kõik muud variandid: teha vastavad arvutused ja analüüsida, miks võib ka teisti tehteid teostades jõuda samadele tulemustele. Vajalik, et õpilasel kujuneks arusaam, et samale tulemusele võib jõuda mitmel erineval viisil ülesannet lahendades”*; *“Antud situatsioonis arutaksin temaga koos läbi iga variandi eraldi”*. Üheksa õpetajat leidis, et õpetada tuleks erinevaid lahenduskäike: *“Õpetan teisi variante veel”*; *“Kiidan ja selgitan, et saab ka teisiti”*; *“Näitan, kuidas on veel võimalik arvutada. Ei ole üheseid lahendusi”*. Neli õpetajat harjutaks funktsionaalset lugemist: *“Loeme sageli koos tekste ja analüüsime iga sõna ja väljendit”*. Üks õpetaja leidis, et õpilase vastusega võib rahul olla: *“Tubli laps!”*.

Õpetajate arvamusi interpreteerides selgus, et õpetaja toetab probleemilahendamise oskuse parandamist: 1) analüüsi ja arutluse teel (10 õpetajat); 2) erinevaid lahendusviise näidates (9 õpetajat); 3) õpilaste kommunikatsioonioskusi toetades (4 õpetajat). Ühe arvamuse kohaselt ei peaks õpetaja midagi tegema.

Kolmandale küsimusele vastates jagunesid 25 õpetaja arvamused kuue kategooria vahel. Kaheksa õpetaja arvates peaksid õpetajad üldiselt enam demonstreerima erinevaid

lahenduskäike: *“Näitaks kohe erinevaid lahendusteid”*; *“Matemaatika ülesannetele saab läheneda väga mitmeti. Õpetaja võiks klassis näidata mitmeid lähenemisviise”*; *“Peab näitama, et aeg-ajalt on mitu õiget vastust ja et ühe ja sama tulemuseni on võimalik jõuda mitut teed pidi”*. Seitse õpetajat pakusid õpilastele enam vastavate ülesannete harjutamisvõimalust: *“Teen palju töölehti, kus sees erinevad töökasud, erinevad lahendusvõimalused”*; *“Pakkuda ülesandeid, millel on mitu õiget vastust”*. Viis õpetajat harjutaks enam funktsionaalset lugemisostkust: *“Harjutada funktsionaalset lugemist. Arutleda erinevate lahendusvõimaluste üle”*; *“Loe teksti mitu korda”*. Kaks õpetajat arvab, et üldiselt ei peaks midagi tegema: *“Midagi ei ole vaja teha”*. Lisaks arvas üks õpetaja, et õpetama peaks ainult üht kindlat lahendusviisi: *“Tavaliselt tahan lahendust näha nii: kui jalatsid maksid 35 eur ja särk maksis 12 eur, siis kokku kulu  $35 + 12 = 47$  ning sajast eurost sai tagasi  $100 - 47!$ ”*. Üks õpetaja arendaks üldoskusi: *“Arendada loogilist mõtlemist ja üldist silmaringi”*. Üks õpetaja ei osanud hinnangut anda.

Õpetajate arvamusi interpreteerides võib öelda, et õpetaja toetab probleemilahendamise oskuse paranemist üldiselt: 1) probleemilahendamisostkust erinevatel viisidel demonstreerides (8 õpetajat); 2) erinevaid probleemilahenduse strateegiaid harjutades (7 õpetajat); 3) õpilaste kommunikatsioonioskusi toetades (5 õpetajat); 4) õpilaste üldoskusi arendades (1 õpetaja); 5) üht kindlat lahendusviisi õpetades (1 õpetaja). Kahe õpetaja arvates ei peakski midagi tegema.

Ülesande C kohta küsiti õpetajalt järgmised küsimused: 1) *Õpilane sai õunte koguseks 15 kg ja 39 kg. Mis Te arvate, miks võis õpilane anda sellise vale vastuse?* 2) *Mida Te teete, kui Teie klassi õpilane annab samasuguse vastuse?* 3) *Mida saaks klassis õpetamisel üldiselt teha, et õpilased sellist viga ei teeks?*

Esimesele küsimusele vastates jagunesid 23 õpetaja arvamused kuue kategooria vahel. 15 õpetaja arvamus kohaselt oli õpilase vea põhjuseks tema ebapiisav funktsionaalne lugemisostkus: *“Ei lugenud teksti hoolikalt”*; *“Õpilased ei armasta lugeda ja nad ei taha tekstülesandeid lahendada”*. Kolme õpetaja arvates ei hinda õpilane saadud tulemust: *“Õpilane jättis kontrollimata, et 12 kg oli kahe kasti vahe”*; *“Tegi ruttu loogilisena tundunud tehted ( $54:2 = 27$ ,  $27 + 12 = 39$ ,  $27 - 12 = 15$ ), aga ei kontrollinud oma vastuse sobivust tekstiga”*. Üks õpetaja arvab, et õpilane lihtsalt kombineerib arvudega: *“Klapitas arve”*. Üks õpetaja arvab, et õpilase lahendus sõltub tema vanuseklassist. Üks õpetaja pakkus ülesandele võrrandilist lahendust: *“ $x$  kast ja  $y$  kast. Kokku  $x + y = 54$  kg.  $y = x + 12$  asendan  $y$  kasti mahu  $x$  kasti kaudu  $x + (x + 12)$  saan uue avaldise ja lahendan võrrandi  $x + (x + 12) = 54$   $x = 21$  kg  $y =$*

21 + 12 = 33 kg". Kaks õpetajat ei oska õpilase vastust kommenteerida: *"Ei oska arvata! Õpilane kirjutas lihtsalt midagi ja ongi kõik"*.

Õpetajate arvamusi interpreteerides võib öelda, et õpetajad peavad vea põhjuseks 1) õpilase ebapiisavat kommunikatsioonioskusi (15 õpetajat); 2) ebapiisavat põhjendamise ja tõestamise taset (3 õpetajat); 3) kalduvust arvudega kombineerida (1 õpetaja). Esines ka arvamusi, milles õpetaja: 1) ei oska hinnangut anda (1 õpetaja); 2) lahendaks ülesande võrrandiliselt (1 õpetaja); 3) arvab, et lahenduskäik (algebraalne või võrrandiline) sõltub õpilase kooliastmest (1 õpetaja).

Teisele küsimusele vastates jagunesid 22 õpetaja arvamused viie kategooria vahel. 15 õpetajat suunaksid õpilasi ülesannet analüüsima, teksti üle arutlema ja oma tulemusi kontrollima: *"Otsime läbi lahenduskäigu vastust, et etteantud tekstile vastaks lahendus"*; *"Palun õpilasel kontrollida, kas mõlemad ülesande tingimused on täidetud"*; *"Juhin tähelepanu ülesandes antud tingimustele. Lahenduseks saadud tulemust tuleb alati kontrollida"*. Kolm õpetajat kujutaksid lahenduskäiku skemaatiliselt: *"Teeks skeemi najal lahenduse"*. Kaks õpetajat eelistaksid üht kindlat lahenduskäiku: *"Hea on küll peast lahendamine (see sobib pigem nuputa ülesannete lahendamiseks), proovime lahendada ikka võrrandiga..."* Üks õpetaja keskendus üksikoscusele; *Selgitan "võrra" rohkem või vähem tähendust"*. Üks õpetaja arvab, et õpilase lahendus sõltub tema vanuseklassist.

Õpetajate arvamusi interpreteerides võib öelda, et õpetaja toetab probleemilahendamise ja tulemuste hindamisoscuse parandamist järgmistel viisidel: 1) teksti analüüsi ja tulemuste kontrollimise abil (15 õpetajat); 2) erinevaid esitusviise ja strateegiaid (joonised, skeemid) kasutades (3 õpetajat); 3) ülesannet võrrandiliselt lahendades (2 õpetajat); 4) faktiteadmist demonstreerides (1 õpetaja). Üks õpetaja arvas, et lahenduskäik (algebraalne või võrrandiline) sõltub õpilase kooliastmest.

Kolmandale küsimusele vastates jagunesid 21 õpetaja arvamused kuue kategooria vahel. Kuus õpetajat arvas, et üldiselt peaks tekstiülesannete lahendamist rohkem harjutama: *"Tekstiülesandeid lahendada rohkem"*; *"Harjutada"*. Kuus õpetajat suunaksid õpilasi tegema jooniseid ja skeeme: *"... antud ülesande tüübi puhul soovitan ülesande kohta tegema skeeme"*; *"Julgustan tegema skeeme lahendamiseks"*.

Neli õpetajat pidas oluliseks funktsionaalse lugemisoscuse harjutamist: *"Harjutada rohkem funktsionaalset lugemist, olgugi, et see kuulub eesti keele valdkonda, aga tänapäeval on lugemisega kõige suuremad probleemid. Seda näitavad ka PISA uuringud"*; *"Juhtida tekstiülesannete puhul lugemisoscuse tähtsusele tähelepanu"*.

Kaks õpetajat suunaksid üldiselt õpilasi oma tulemusi kontrollima: *“Kontrollida tulemuste vastavust ülesande tingimustega”*. Kaks õpetajat eelistaksid üht kindlat lahenduskäiku: *“Rohkem tekstülesandeid lahendada just võrrandi abil”*; *“Tekstülesannetel ei tohi kirjutada arvavaldisi...”*. Üks õpetaja arvab, et õpilase lahendus sõltub tema vanuseklassist.

Õpetajate arvamusi interpreteerides võib öelda, et õpetaja toetab probleemilahendamise oskuse parandamist ja tulemuste hindamisoskust järgmistel viisidel: 1) probleemist arusaamist harjutades (6 õpetajat); 2) erinevaid esitusviise kasutades (6 õpetajat); 3) kommunikatsiooni- oskuste arengut toetades (4 õpetajat); 4) teksti analüüsi ja tulemuste kontrollimise abil (2 õpetajat); 5) ülesannet võrrandiliselt lahendades (1 õpetaja). Ühe õpetaja arvamuse kohaselt sõltub lahenduskäik (algebraalne või võrrandiline) õpilase kooliastmest.

#### *Matemaatikaõpetajate arvamuste erinevused vastavalt õpilaste tulemustele*

Viiendaks taheti teada saada, millised erinevused on keskmisest kõrgemate tulemustega õpilaste õpetajate ja keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajate arvamustes.

Õpetajad jagati kahte gruppi vastavalt õpilaste tulemustele igas ülesandes ja nende arvamusi hinnati kahes grupis: I keskmisest kõrgemate tulemustega õpilaste õpetajate arvamused, II keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajate arvamused.

Ülesande A lahendanud õpilaste keskmine tulemus oli 76%. 27st klassist lahendas ülesande keskmisest paremini (max 100% ja min 78%) 15ne klassi õpilased ja keskmisest madalamaid tulemusi (max 75% ja min 38%) said 12ne klassi õpilased. Keskmisest kõrgemate tulemustega klasse õpetasid 11 õpetajat ja keskmisest madalamate tulemustega klasse kokku 14 õpetajat. Õpetajate kodeeritud vastused ja nende sagedused on esitatud tabelis 5.

Tabel 5. Õpetajate kodeeritud vastused (vt lk 13-14) ja nende sagedused ülesande A küsimuste kohta

1. küsimuse vastused	I*	II*	2. küsimuse vastused	I*	II*	3. küsimuse vastused	I*	II*
K1	10	11	K2	9	7	K3	5	10
K5	1	2	K3	2	4	K4	1	2
K22	0	1	K4	0	3	K6	3	0
						K18	0	1
<i>Kokku</i>	11	14	<i>Kokku</i>	11	14	<i>Kokku</i>	11	14

Märkus. \*I - Keskmisest kõrgemate tulemustega õpilaste õpetajate arv; II - Keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajate arv

Esimesele küsimusele vastates, arvasid nii keskmisest kõrgemate kui keskmisest madalamate õpilaste õpetajad enamasti, et vigade põhjuseks on õpilaste madal reproduktsiooni tase. Vähemal määral arvati, et põhjuseks võivad olla õpilaste ebapiisavad kommunikatsioonioskused.

Teisele küsimusele vastates leidsid mõlema grupi õpetajad enamasti, et vastava pädevuse arengut soodustaks õpetajapoolne faktide ja rutiinsete protseduuride demonstراتioon, vähemal määral vastvate oskuste harjutamine. Ainult keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajad leidsid, et õpilase pädevusi peaks toetama just konkreetsel tasandil õpetades.

Õpilase reproduktsioonitaseme toetamisel üldiselt leidsid mõlema grupi õpetajad, et oluline on harjutada faktide ja protseduuride taasesitamist ja õpetada konkreetsel tasandil. Keskmiselt kõrgemate tulemustega õpilaste õpetajate arvamuste kohaselt tuleks õpilaste elementaaroskuste paremaks rakendamiseks toetada lisaks nende kommunikatsioonioskusi. Ühel puhul arvab keskmiselt madalamate tulemustega õpilaste õpetaja, et vähemvõimekad õpilase ei näegi matemaatilisi seoseid.

Ülesande B lahendanud õpilaste keskmine tulemus oli 41%. 27st klassist lahendas ülesande keskmisest paremini (max 100% ja min 58%) üheksa klassi õpilased ja keskmisest madalamaid tulemusi (max 40% ja min 0%) said 18ne klassi õpilased. Keskmisest kõrgemate tulemustega klasse õpetasid 8 õpetajat ja keskmisest madalamate tulemustega klasse kokku 17 õpetajat. Õpetajate kodeeritud vastused ja nende sagedused on esitatud tabelis 6.

Tabel 6. Õpetajate kodeeritud vastused (vt lk 13-14) ja nende sagedused ülesande B küsimuste kohta

1. küsimuse vastused	I*	II*	2. küsimuse vastused	I*	II*	3. küsimuse vastused	I*	II*
K5	1	3	K6	1	3	K6	1	4
K7	2	5	K10	3	6	K10	2	6
K8	4	6	K11	4	6	K12	3	4
K9	1	1	K20	0	1	K17	1	0
K21	0	1				K19	0	1
						K20	1	1
						K22	0	1
<i>Kokku</i>	8	17	<i>Kokku</i>	8	17	<i>Kokku</i>	8	17

Märkus. \*I - Keskmisest kõrgemate tulemustega õpilaste õpetajate arv; II - Keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajate arv

Esimesele küsimusele vastates, arvasid nii keskmisest kõrgemate kui ka keskmisest madalamate õpilaste õpetajad enamasti, et vigade põhjuseks on asjaolu, et õpilane toetub



probleemilahendusel ühele kindlale teadmisele. Teisna toodi vea põhjuseks see, et õpilane on harjunud ainult ühe lahendusega. Keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajad esitasid põhjustena ka ebapiisavad kommunikatsioonioskused. Mõlema grupi õpetajad arvasid, et õpilane tegi vea, sest ta toetus oma isiklikule kogemusele.

Teisele küsimusele vastates leidsid mõlema grupi õpetajad, et õpilase pädevusi peaks toetama probleemi lahendamist erinevatel viisidel näidates või ka analüüsi ja arutluse abil. Keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajad arvasid, et toetada tuleks õpilase kommunikatsioonioskusi. Samal grupil esines ka arvamust, et õpetaja ei peakski midagi tegema.

Kolmandale küsimusele vastates leidsid keskmisest kõrgemate tulemustega õpilaste õpetajad, et probleemilahenduoskuse parandamiseks tuleks harjutada erinevaid esitusviise ja strateegiaid. Keskmiselt madalamate tulemustega õpilaste õpetajate arvates, aga pigem harjutada kommunikatsioonioskusi, erinevaid lahendamisviise ise demonstreerida või üldoskusi arendada. Mõlemas grupis esines arvamus, et õpetaja ei peakski midagi tegema.

Ülesande C lahendanud õpilaste keskmine tulemus oli 24%. 27st klassist lahendas ülesande keskmisest paremini (max 63% ja min 24%) 11 klassi õpilased ja kesmisest madalamaid tulemusi (max 21% ja min 0%) said 16ne klassi õpilased. Keskmisest kõrgemate tulemustega klasse õpetasid 9 õpetajat ja keskmisest madalamate tulemustega klasse kokku 16 õpetajat. Õpetajate kodeeritud vastused ja nende sagedused on esitatud tabelis 7.

Tabel 7. Õpetajate kodeeritud vastused (vt lk 13-14) ja nende sagedused ülesande C küsimuste kohta

1. küsimuse vastused	I*	II*	2. küsimuse vastused	I*	II*	3. küsimuse vastused	I*	II*
K5	3	12	K2	0	1	K5	0	0
K13	2	2	K14	6	9	K6	1	3
K17	0	1	K15	1	1	K14	1	1
K21	1	1	K17	0	2	K15	2	4
K23	0	1	K23	0	1	K16	3	3
K24	1	0				K17	0	2
						K23	0	1
Tühi	2	0	Tühi	2	1	Tühi	2	2
Kokku	9	16	Kokku	9	16	Kokku	9	16

Märkus. \*I - Keskmisest kõrgemate tulemustega õpilaste õpetajad; II - Keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajad

Esimesele küsimusele vastates, arvasid nii keskmisest kõrgemate kui ka keskmisest madalamate õpilaste õpetajad enamasti, et vigade põhjuseks on õpilase ebapiisavad kommunikatsioonioskused. Teisena esitatakse vea põhjuseks see, et õpilane ei kontrolli oma mõttekäigu õigsust. Keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajad toovad põhjuseks

ka õpilase vanuseklassi ning kindla lahendusviisi mittetundmise. Keskmisest kõrgemate tulemustega õpilase õpetaja märgib, et vea põhjuseks võib olla ka arvudega kombineerimine.

Teisele küsimusele vastates leiavad mõlema grupi õpetajad, et õpilase pädevusi peaks toetama analüüsi ja tulemuste kontrollimisoskuse teel. Keskmisest madalamate tulemustega grupi õpetajad eelistaksid vigade vältimisel üht kindlat lahendusviisi. Mõlemas grupis esineb arvamus, et vigu saab vältida erinevaid strateegiaid kasutades.

Kolmandele küsimusele vastates tuleks keskmiselt kõrgemate tulemustega õpilaste õpetajate arvamuste kohaselt probleemilahendusoskuse parandamiseks suunata õpilasi nägema ülesande erinevaid esitusviise ja harjutusülesannete abil ka probleemist arusaamist. Keskmiselt madalamate tulemustega õpilaste õpetajate arvamusel on variatiivsemad, toetades nii kommunikatsioonioskuste paranemist, erinevate strateegiate õpetamist, harjutamist kui ka ühe kindla lahenduskäigu kasutamist.

### Arutelu

Uurimisöö eesmärk oli uurida Eesti õpilaste matemaatikapädevust III kooliastme algul. Samuti õpetajate arvamus õpilaste matemaatikapädevuse parandamisel ning võrrelda keskmisest kõrgemate õpitulemustega õpilaste õpetajate ja keskmisest madalamate õpitulemustega õpilaste õpetajate vabavastuselisi hinnanguid.

Uurimistöö esimese küsimusena vaadeldi, millised on 7. klassi õpilaste matemaatikateadmised I ja II kooliastmes läbitu kohta ja kas need on klassiti erinevad. Selgus, et õpilaste matemaatika elementaaroskuste rakendamine III kooliastme alguses on ebapiisav. Õpilased saavutavad üldiselt häid tulemusi lihtsamaid aritmeetkaülesandeid lahendades, kuid teevad vigu neis ülesannetes, mis eeldavad kõrgema taseme pädevuste rakendamist. Samas ilmnes, et õpilaste saavutused olid klassiti erinevad. Võib oletada, et klassiti erinevad tulemused on otseselt mõjutatud õpetamisviisidest ja õpetaja rõhuasetustest. Ka uuringute tulemused on näidanud, et taseme erinevus võib tuleneda nii õpetamisviisidest, kui olla seotud õpilaste individuaalsete võimete arenguga (Kikas, Peets, Palu, & Afanasjev, 2009). Rahvusvahelise uuringu PISA 2009. aasta tulemuste põhjal võib väita, et kuigi Eesti õpilaste keskmised tulemused olid head, siis kõrgematele saavutustasemetele jõudvate õpilaste osakaal on järjest väiksem (Tire, Puksand, Henno, & Lepmann 2010).

Teise küsimusena vaadeldi õpilaste matemaatikateadmisi pädevuste eriliikides kolme ülesande põhjal ning seda, millist pädevuskomponenti on kõige vähem omandatud. Üks ülesannetest (A) kontrollis lihtsamaid fakti ja protseduuri rakendamisoskusi, ülesanne B

kommunikatsioonioskust (sh teksti mõistmist), representatsiooni oskust (erinevate lahendusviiside kasutamist, neist arusaamist, erinevaid vormistamise ning info esitamise viise) ning põhjendamis- ja tõestamisoskust (sh tulemuste hindamisoskust). Kolmas ülesanne (C) kontrollis probleemist arusaamist, sobiva lahendusstrateegia valimist, probleemi lahendamise- ja kommunikatsioonioskust ning tulemuste hindamisoskust.

Tulemuste põhjal võib öelda, et nii õpilaste põhjendamise ja tõestamisoskused kui ka representatsiooni-, probleemilahendamise- ja kommunikatsioonioskused on ebapiisavad. Kõige madalamaid tulemusi saavutasid õpilased tekstülesande lahendamisel. Suurimaks raskuseks kujunes teksti pealiskaudne lugemine ja olulise teabe tähelepanuta jätmine. Näiteks oli ülesande tekstis, et kahes kastis kokku on 54 kg õunu ja ühes kastis on õunu 12 kg võrra rohkem. Õpilased, kes andsid vastuseks 15 ja 39 kg, jätsid tähelepanuta, et kastide vahe on 12 kg, mitte 24 kg. Tekstülesande vastuste analüüs näitas, et õpilased ei ole harjunud oma tulemusi hindama ning vastuseid teksti järgi kontrollima, kuigi eakohaste tekstide lugemisoskus peaks olema saavutatud juba I ja II kooliastmes (Kikas, 2010).

Samuti said õpilased madalaid tulemusi ülesandes, mis eeldas erinevatel viisidel esitatud info tõlgendamist. Ka Eestis läbiviidud rahvusvaheliste uuringute PISA ja TIMSS tulemused on näidanud, et meie õpilastele valmistab raskusi teksti lugemine, loetu mõistmine, tekstis esitatud probleemi või andmete tõlkimine matemaatika keelde, selle lahendamine või kasutamine matemaatikas (Lepmann, 2010b).

Kolmandaks vaadeldi õpilaste väärlahendusi kolme ülesande põhjal. Ülesandes, milles tuli ajaühikud liita, lähtusid vea teinud õpilased ajaühikute teisendamisel kümnendsüsteemis teisendamise analoogiast (1 tund = 100 minutit). Sedalaadi õpilaste eksimusi on kinnitanud ka varasemad uuringud (Ryan & Williams, 2007, Tammiksaare, 2010). Ülesannet, milles tuli leida sobivad avaldised järelejääva rahasumma arvutamiseks, lahendas õigesti alla 50% protsendi õpilastest. Suurem osa neist andis vastuseks ainult ühe avaldise, mis oli ilmselt algklassidest kõige paremini meelde jäänud. Selle ülesande vigu analüüsides selgus, et suurel osal 7. klassi õpilastest ei ole selge sulgude kasutamise tähendus. Samuti ei ei mõista osa õpilasi, et ülesannet võib lahendada erinevatel viisidel.

Tekstülesannete lahenduste analüüs näitas, et 7. klassi õpilastel on samad vead, mida on varasemate uuringutega tuvastatud I kooliastme õpilastel (Palu & Kikas, 2007, Palu & Kikas, 2010). Suur osa õpilastest lähtus lahenduses niinimetatud võtmesõna strateegiast või jättis ülesande üldse lahendamata. Uurimistöö tulemuste põhjal võib järeldada, et 7. klassi jõudnud õpilaste matemaatikapädevuse areng on ühekülgne ja on märgatav peamiselt madalamatel tasemetel.

Neljandaks vaadeldi õpetajate arvamusi õpilaste väärilahendustest ja vigade vältimise võimalustest. Uurimistöös analüüsiti 7ndate klasside matemaatikaõpetajate vabavastuselisi arvamusi õpilaste vigade kohta. Enamasti sõnastasid õpetajad oma arvamused ühe lausena. Üldiselt hindasid õpetajad õpilaste vea põhjusi adekvaatselt, st nad lähtusid vastava ülesandega kontrollitavatest matemaatikapädevustest. Mõne ülesande puhul aga ei mõistnud õpetajad probleemi täielikult. Ajaühikute teisendamises ülesandes arvas üks õpetaja, et vigade vältimine on otseses seoses õpilaste võimetega ja vähemvõimekad õpilased ei näegi matemaatilisi seoseid. Ülesandes B, kus tuli mitme avaldise seast valida sobivaimad, arvasid mõned õpetajad, et vea põhjuseks on õpilase funktsionaalse lugemisoskuse ebapiisav tase ja seega eeldasid nad ülesande lahendamisoskuse paranemist pigem funktsionaalse lugemisoskuse harjutamisega. Tegemist oli aga probleemülesandega, kus olid andmed esitatud erineval viisil, mitte aga teksti mõistmist kontrolliva ülesandega. Uurimistöös selgus, et õpetajad kalduvad õpilaste vigu korrigeerima teatud ülesande tüüpe rohkem lahendamiseks pakkudes, st treenides. Eesmärgiks peaks olema pigem see, et õpilane õpiks arusaamisega, mitte hulgaliselt ülesandeid lahendades. Oluline on suunata õpilast oma tulemusi hindama ja neid kontrollima.

Õppeprotsessis on vead lahutamatuks osaks, kuid oluline on, kuidas neid käsitletakse ja hinnatakse. Õpilaste vigade kaudu saab õpetaja reflekteerida oma õpetusviiside efektiivsust ja vajadusel neid korrigeerida. Kui kõik õpilased teevad samu vigu, peaks see olema õpetajale märguandeks, et õpetamist tuleks parandada (Prediger & Wittmann, 2009).

Õpetaja ülesanne on vigade tekkimise põhjusi selgitada ja sellele teadmisele toetudes õpetamist planeerida. Vigadele keskendumine võib parandada madala ja keskmise võimekusega õpilaste edasijõudmist. Samas on vähe uuritud seda arusaama, millistele vigadele õpetajad enam keskenduvad (Heinze, 2005).

Viiendaks vaadeldi, millised erinevused on keskmisest kõrgemate tulemustega õpilaste õpetajate ja keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajate arvamustes. Õpetajad jagati vastavalt õpilaste tulemustele kahte gruppi: keskmisest kõrgemate tulemustega õpilaste gruppi I ja keskmisest madalamate tulemustega õpilaste gruppi II. Esimese ülesande kohta antud vastustes erinesid II grupi õpetajate arvamused selle poolest, et nad parandaksid vastavat pädevust konkreetsel tasandil õpetades. Samuti oli selles grupis aramus, et vähemvõimekad õpilased teevadki vigu. I grupi õpetajad aga toetaksid pigem kommunikatsioonioskuste paranemist. Seega kõrgema keskmise tulemusega õpilaste õpetajad suunaksid õpilasi rohkem analüüsima ja mõistma kirjalikult esitatud matemaatilist teavet (ühikuid). Tekstülesande A ja probleemülesande B vigu analüüsides eristuvad

keskmisest madalamate tulemustega õpilaste õpetajad selle poolest, et nad näevad I grupiga võrreldes enam vea põhjusena õpilaste ebapiisavat funktsionaalset lugemisoskust. Samuti pakuvad selle grupi õpetajad vigade vältimiseks pigem ühe lahendusviisi õpetamist (nt tekstülesannet võrrandiliselt lahendades). Vea korrigeerimise võtmeks on aga õpetada pigem probleemilahendamist, oma tulemuste hindamist ja erinevate strateegiate kasutamist. Mõlemas grupis oli õpetajaid, kes õpilaste vigu adekvaatselt hindavad. Uurimustöö tulemustest selgus, et 7nda klassi õpilased kordavad samu vigu, mis on tüüpilised I kooliastmes. Sellest järeldub, et mingil põhjusel õpilaste pädevuste areng peatub. Võimalik, et iga järgneva kooliastme õpetaja eeldab, et teatud pädevuste omandamine toimus eelmistes kooliastmetes.

*Kokkuvõtteks.* Uurimistöö eesmärgiks oligi kaardistada ühe väikese grupi näitel õpetajate valmisolek ja arvamused, kuidas õpilaste matemaatika-pädevust parandada. Nii Eesti kui ka rahvusvaheliste võrdlusuuringute tulemused on näidanud, et Eesti õpilaste pädevused on kõrgematel saavutustasemetel tagasihoidlikud. Uurimistöö käigus selgus, et nii õpilaste põhjendamise ja tõestamisoskused kui ka representatsiooni-, probleemilahendamis- ja kommunikatsioonioskused on ebapiisavad. Samas on tulemused klassiti erinevad. Õpilaste vigu analüüsides tulevad välja matemaatikaõpetuse kitsaskohad. Vigadele keskendumine aitaks õpetajal õppetööd planeerida ja seega parandada õpilaste matemaatika-pädevusi.

Eestis on kehtiva põhikooli riikliku õppekavaga loodud vajalikud tingimused, et arengulised muutused õpilaste matemaatika-pädevustes võiksid toimuda.

### Tänuõnad

Suur tänu prof. Eve Kikasele, kes võimaldas kasutada oma uuringu andmeid.

### Autorsuse kinnitus

Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrektselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

23. mail 2012

## Kasutatud kirjandus

- Afanasjev, J., & Palu, A. (2005). Esimese klassi õpilaste teadmised ja edenemine matemaatikas. L. Lepmann & T. Lepmann (Toim), *Koolimatematika XXXII* (lk 79-86): XXXII Eesti matemaatikaõpetajate päevade ettekannete kogumik. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (2003). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz*, VA: Autor Retrieved, from [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2003/2003\\_12\\_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf).
- Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1956). *Taxonomy of educational objectives. The classification of educational goals. Handbook I: The cognitive domain*. New York: David McKay Co Inc.
- Dowker, A. (2005). *Individual Differences in Arithmetic. Implications for Psychology, Neuroscience and Education*. New York: Psychology Press.
- Heidmets, M. (Toim). (2010/2011). Tulevikusuundumused. *Eesti Inimarengu Aruanne* (lk 107-109). Tallinn: AS Eesti Ajalehed.
- Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, 105-112). Melbourne (Australien): Melbourne University.
- Graf, E. A. (2009). *Defining Mathematics Competency in the Service of Cognitively Based Assessment for Grades 6 Through 8*. ETS, Princeton, New Jersey. Retrieved, from <http://www.ets.org/Media/Research/pdf/RR-09-42.pdf>.
- Kikas, E. (2010). Tunnetusprotsessid ja nende arengulised iseärasused. E. Kikas (Toim). *Õppimine ja õpetamine esimeses ja teises kooliastmes*. Tartu.
- Kikas, E., Peets, K., Palu, A. & Afanasjev, J. (2009). The role of individual and contextual factors in the development of math skills. *Educational Psychology*, 29. 541- 560.
- Leopard, R., Kiuru, N. & Palu, A. (2011). Success of third-grade students in solving different types of mathematics problems in estonian-speaking and russian-speaking schools. In J.

- Mikk, M. Veisson & P. Luik (Eds.), *Preschool and Primary Education*. (pp. 91-105). Estonian Studies in Education (3). Frankfurt am Main: Peter Lang.
- Lepmann, L. (2010a). Õppekava üldosa taotluste realiseerimine matemaatikas. Pihlap, S. (Koost). *Põhikooli valdkonnaraamat: Matemaatika*. Külastatud aadressil: [http://www.oppekava.ee/index.php/P%C3%B5hikooli\\_valdkonnaraamat\\_MATEMAATIKA](http://www.oppekava.ee/index.php/P%C3%B5hikooli_valdkonnaraamat_MATEMAATIKA).
- Lepmann, T. (2010b). Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetund Eesti matemaatikaõpetajale. Henno, I. (Koost). *Rahvusvaheliste võrdlusuuringute TIMSS 2003 ja PISA 2006 õppetunnid* (lk 76-80). Tallinn: Eduko
- Morgensen, A. (2008). Mathematical competences. In V. Georgiev, A. Ulovec, A. Morgensen, O. Mushkarov, N. Dimitrova & E. Sendova (Eds.), *Meeting in Mathematics* (pp 21-33). Sofia: Demetra Publishing House.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Smith, T. A., Garden, R. A., Gregory, K. D., Gonzalez, E. J., Chrostowski, S. J., O'Connor, K. M. (2001). TIMSS assessment frameworks and specifications 2003. TIMSS and PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., & Foy, P. (2005). *TIMSS 2003 international report on achievement in the mathematical cognitive domains: findings from a developmental project*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000) *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Niss, M. A. (2002). Mathematical Competencies and the learning of Mathematics: The Danish KOM Project. Retrieved, from [http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa\\_niss.pdf](http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf)
- OECD (2009). Key competencies in reading, mathematics and science. *Assessment Framework*. Retrieved, from <http://www.oecd.org/dataoecd/11/40/44455820.pdf>.
- Palu, A. (2010). Algklassiõpilaste matemaatikaalased teadmised, nende areng ja sellega seonduvad tegurid. Doktoritöö. Tartu: TÜ Kirjastus.
- Palu, A., & Kikas, E. (2010). The Types of the most widespread errors in solving arithmetic word problems and their persistence in time. In A. Toomela (Ed.), *Systemic Person – Oriented Study of Child Development in Early Primary School* (pp. 155-172). Frankfurt am Main: Peter Lang Verlag.
- Palu, A., & Kikas, E. (2007). Mathematical tasks causing difficulty for primary school students. In A. Andžans, D. Bonka & G. Lace (Eds.), *Teaching Mathematics:*



- retrospective and perspectives* (pp.204-209). Proceeding of the 8<sup>th</sup> International Conference May 10–11, 2007. Riga: University of Latvia / Macibu gramata.
- Prediger S., Wittmann G. (2009). Lernen aus Fehlern , (wie) ist das möglich? *In: Praxis der Mathematik in der Schule, Heft 12*
- Ryan, J. & Williams, J. (2007). *Children's Mathematics 4-15: Learning from Errors and Misconceptions*. McGraw Hill: Open University Press.
- Tammiksaare, K. (2010). Teise klassi õpilaste matemaatikaalased teadmised ja sagedamini esinenud vead ülesannete lahendamisel. Publitseerimata magistritöö. Tartu Ülikool.
- Tire, G., Puksand, H., Henno, I., Lepmann, T., (2010). PISA 2009-Eesti tulemused. Eesti 15-aastaste õpilaste teadmised ja oskused funktsionaalses lugemises, matemaatikas ja loodusteadustes. Külastatud aadressil:  
[http://www.ekk.edu.ee/vyfiles/0/PISA\\_2009\\_Eesti.pdf](http://www.ekk.edu.ee/vyfiles/0/PISA_2009_Eesti.pdf)
- Svjatskaja, R. (2011). Esimese ja teise klassi õpilaste matemaatikateadmised ja sellega seonduvad tegurid. Publitseerimata magistritöö. Tartu Ülikool.
- Puksand, H., Lepmann, T. & Henno, I. (2010). PISA 2009-Eesti tulemused. Tallinn: Riiklik Eksami-ja Kvalifikatsioonikeskus.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., & Chrostowski, S.J. (2004). *TIMSS 2003 International Mathematics Report*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Vabariigi Valitsus (2011a). Määruse nr 1 „Põhikooli riiklik õppekava” lisa 3 Külastatud aadressil: [https://www.riigiteataja.ee/akt/1140/1201/1001/VV1\\_lisa3.pdf](https://www.riigiteataja.ee/akt/1140/1201/1001/VV1_lisa3.pdf).
- Vabariigi Valitsus (2011b). Põhikooli Riiklik Õppekava. Külastatud aadressil: <https://www.riigiteataja.ee/akt/120092011009>.